**תורת החישוביות – הרצאה 11**

**תזכורת**

משפט Cook:

קלט: , מספר

האם: קיים כיסוי צמתים בגודל עבור ?

קלט: פסוק בצורת CNF

האם: האם ספיק?

**טענה:**

**המטרה (מסקנה שתנבע מהטענה):**

הוכחה:

נראה רדוקציה כנדרש כך ש-

– מספר המשתנים

– מספר הפסוקיות

תיאור :

* צמתי ליטרלים מסומנים ע״י

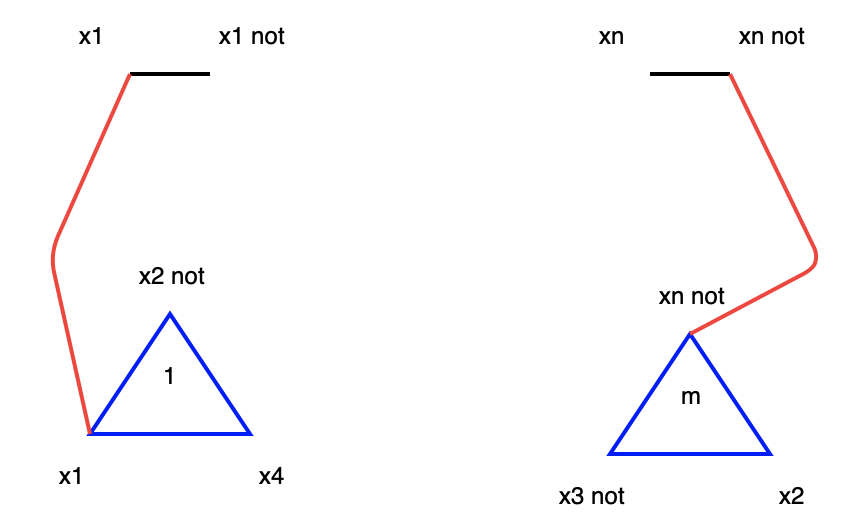
עם קשת לכל בין

* צמתי פסוקיות המרכיבים משולשים

המשולש ה- מסומן ע״י הליטרלים של : (איקסים)

* קשתות המחברת כל צומת פסוקית המסומן ע״י ליטרל אל צומת הליטרל (היחיד) המסומן .

הערה חשובה: הצמתים לא מיוצגים ע״י השמות שלהם



בחירת :

– לפחות כדי לכסות את כל זוגות צמתי הליטרלים

– לפחות כדי לכסות את כל משולשי צמתי הפסוקיות

מתקיים:

תקפות:

א. נניח ש- ולכן קיימת השמה מספקת עבור

ונראה ע״י בניית מתאים:

נוסיף ל- את כל צמתי הליטרלים המקבלים את הערך ב-.

בכל משולש (פסוקית) יש ליטרל אחד לפחות שמקבל את הערך . את שני הצמתים המתאימים לליטרלים האחרים נוסיף ל-. אם יש יותר מליטרל אחד כזה, נבחר שרירותית צומת שקיבל ונוסיף ל- את שני האחרים.

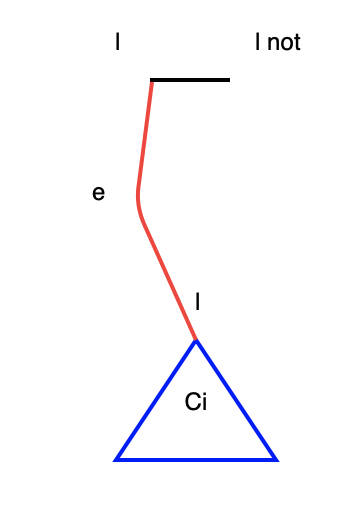
מתקיים: .

עכשיו נותר לוודא ש- מכסה את כל הקשתות:

קשתות מסוג א׳ (בין צמתי הליטרלים) – מכוסות

קשתות מסוג ב׳ (בין צמתים במשולש) – מכוסות

קשתות מסוג ג׳ (המחברות בין צומת ממשולש לצומת ליטרל) – לשני הצמתים בקצוות יהיה את אותו השם



נתבונן בקשת מסוג ג׳ המסומנת ע״ ליטרל .

או שצומת הפסוקית של נמצא ב- ואז מכוסה

או שצומת הפסוקית של לא נמצא ב-, מהבנייה ואז צומת הליטרל שהוא ב- ושוב מכוסה.

ב. נניח ש- ובפרט שקיים בגודל כנדרש ונוכיח ש- ספיק ע״י בניית מתאימה.

הבחנות:

כל כיסוי צמתים עבור מכיל לפחות צמתי ליטרלים (אחד מכל זוג )

ולפחות צמתי פסוקיות (שניים מכל משולש)

נגדיר כיסוי :

הכיסוי מכיל בדיוק צמתי ליטרלים

בדיוק צמתי פסוקיות

נגדיר השמת אמת :

לכל ניתן לפי הליטרל מבין שצומת הליטרל המתאים הוא ב-. מההבחנה מוגדרת היטב.

נראה ש-מספקת :

מספיק להוכיח שלכל מספקת את .

נתבונן במשולש המתאים ל-. עפ״י ההבחנה בדיוק 2 מהצמתים שלו הם ב-. נתבונן בצומת השלישי המסומן ע״י ליטרל ובקשת מסוג ג׳ המחברת אותו לצומת ליטרל כמו בכיוון הקודם.

כיסוי צמתים מכסה גם את הנ״ל מכיל את צומת הליטרל מסתפקת.

**דוגמא**

מסלולים קצרים בגרף עם מגבלת אורך ומשקל

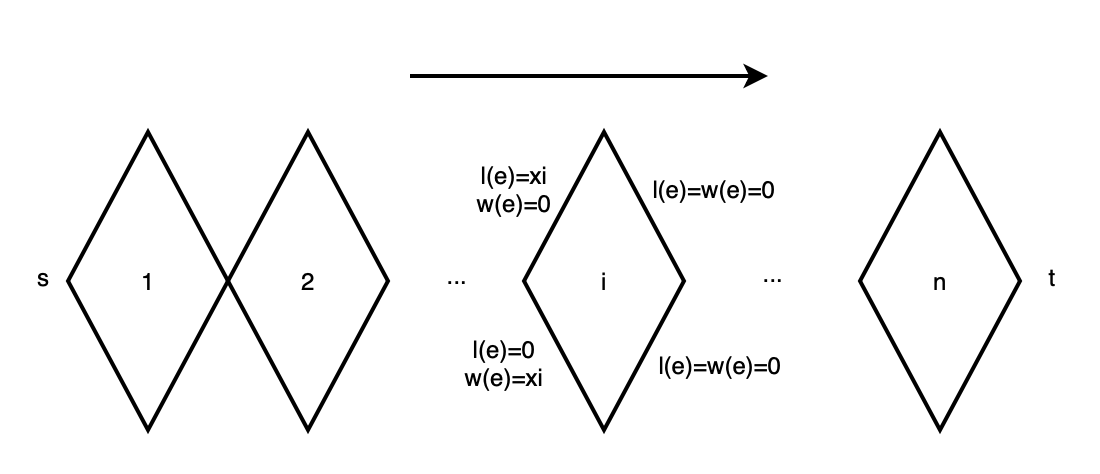
קלט: גרף מכוון , 2 צמתים לכל קשת אורך ומשקל ומספרים .

האם: קיים מסלול מכוון מ- ל- שאורכו ומשקלו ?

**טענה:**

תזכורת:

הוכחה: נראה רדוקציה



כאשר ה-partition נקבע לפי אם בוחרים לעבור בצלע העליונה או בצלע התחתונה של כל מעוין.

**בעיות מעבר ל-**

דוגמא: (לא בדיוק)

הבחנה:

(כי סגורה למשלים)

**שאלות פתוחות**

(שקול לשאלה האם )

**הגדרה**

שפה היא שלמה אם:

**טענה:**

הוכחה:

**טענה**

תהי

מסקנה: היא שלמה

**הגדרה**

ומתקיים:

**שאלה פתוחה:**

**משפט**

קיימת

הוכחה:

נתאר מ״ט כך שהשפה שלה מקיימת את הדרוש.

רעיון: לכסון. נראה ש- שונה מ- לכל מ״ט פולינומית.

על קלט :

1. מפרשת את בצורה הבאה: ( – מספר ה-1׳ים עד ה-0 הראשון).

אם אי אפשר, דוחה.

2. נריץ את על למשך צעדים. בפועל נריץ מ״ט אוניברסלית עם מונה.

אם עצרה, נקבל או נדחה ההפך מממנה.

אחרת, אם לא עצרה עוצרת (שזה מה שחשוב) ודוחה.

חידוד: אם רצה זמן אז כמ״ט אוניברסלית רצה

מתקיים:

עוצרת לכל קלט ולכן – זה החלק הקל.

נניח בשלילה ש- כלומר קיימת מ״ט הרצה זמן ומקבלת את .

נבחר המקיים:

נתבונן בריצת על הקלט .

מתקיים ש- ולכן מריצה את למשך מספיק צעדים כך ש- תעצור

לכן לא מסכימות על

לכן

קיבלנו סתירה ולכן הנחת השלילה לא נכונה.

מסקנה 1: קיימת

מסקנה 2: קיימת

מסקנה 3: אבל לפחות